

Title	直線叢論Ⅲ
Author(s)	武田, 楠雄
Citation	全国紙上数学談話会. 103 p.13-p.18
Issue Date	1936-08-28
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74392
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

467. 直線叢論 III

武 田 楠 雄 (旅順中)

9.^o モシ $G_{22}=0$ ナルトキハ (I)ヨリ明カナル如ク, ρ
ハ A_1 ヲ頂点トスル Coneヲ画キ, 従ッテ線叢 K ハカクノ如

$\neq \infty'$, Cone 集リトナル。殊 = $G_{22} = F_{22} = 0$ ナルトキ
 ハコノ Cone ハ A_1 ヲ中心トシ $A_1 =$ 於ケル S_1 ハノ切平面
 上 = 於ケル flat pencil トナル。隻曲面 S_1 ハコレヲノ場
 合ハ明カ = 曲線トナル。其ノ他ノ特殊ナル場合ニ容易ニ吟味
 シ得ル。

殊 = $F_{11} = F_{22} = G_{11} = G_{22} = 0$ ナルトキハ線叢 K , p_3 ,
 p_4 ハ変ラズ、從ツテ 1 次線叢トナル。

コノ線叢 \mathcal{K} 線叢 K , 添付一次線叢 K_u ト名付ケル。 K_u ノ
 方程式ハ $R_5 =$ 於テ

$$R_5 = H_{12} Z' Z^2, \quad Z^3 = 0, \quad Z^4 = 0$$

ア示サレルカラ, $R_5 =$ 於テ $p p_5, p_u p_v$ ハ K_u ノ像 $V_u =$
 関シテ互 = polar デアル。又 p_u, p_v ガ一度トラレバ
 p_5 ハ一ツ犬ケ確定スル。コノコトヨリ 2 直線 $p_u + \alpha_1 p,$
 $p_v + \alpha_2 p$ ハ $K_u =$ 関シテ

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial v} = \frac{\partial \alpha_2}{\partial u}$$

ナルトキ = 限り互 = polar デアルト考ヘルヲ得ル。

不変量ノ幾何學的意味

10° $p(u, v) =$ 無限ニ近イ K ノ一直線

$$p'(u+du, v+dv)$$

ヲトレバ

$$\begin{aligned}
 p' &= p + dp + \frac{1}{2} d^2 p + \frac{1}{6} d^3 p + \dots \\
 &= [1 + [2]] p + \left[du + \frac{1}{2} (d^2 u + \partial_u du^2) + [3] \right] p_u
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[dv + \frac{1}{2}(d^2v + O_v dv^2) + [3] \right] p_v \\
(4) \quad & + \left[\frac{1}{2}(F_{11} du^2 + F_{22} dv^2) + [3] \right] p_3 \\
& + \left[\frac{1}{2}(G_{11} du^2 + G_{22} dv^2) + [3] \right] p_4 \\
& + \left[H_{12} du dv + \frac{1}{2} H_{12} (O_u du^2 dv + O_v du dv^2 + d^2u dv \right. \\
& \quad \left. + du d^2v) + [4] \right] p_5
\end{aligned}$$

ト + ヲ。コト = $[i]$ ハ du, dv = 関スル i 次, 有次無限小ヲ示ス。

同様ニシテ

$$\begin{aligned}
p'_u(u+du, v+dv) &= p_4 + dp_4 + \dots \\
&= \{ (N_1 du + N_2 dv) + [2] \} p \\
(5) \quad & + \{ F'_2 dv + [2] \} p_u + \{ F_1^2 du + [2] \} p_v \\
& + (F_1^2 F_{22} du dv + [3]) p_3 + \{ 1 - (L_1 du + L_2 dv) + [2] \} p_4 \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(F_{11} du^2 + F_{22} dv^2) + [3] \right\} p_5, \\
p'_3(u+du, v+dv) &= p_3 + dp_3 + \dots \\
&= \{ (M_1 du + M_2 dv) + [2] \} p \\
(6) \quad & + (G'_2 dv + [2]) p_u + (G_1^2 du + [2]) p_v \\
& + \{ 1 + (L_1 du + L_2 dv) + [2] \} p_3 + (G_1^2 G_{22} du dv + [3]) p_4 \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(G_{11} du^2 + G_{22} dv^2) + [3] \right\} p_5
\end{aligned}$$

ヲ得ル。

(4)ヨリ p' ハ 2 平面 $p p_4, p p_3$ ヲ夫々

$$\Gamma_0: (du + [2], \frac{1}{2}(F_{11} du^2 + F_{22} dv^2) + [3], 0, -H_{12} du dv + [3]),$$

$$\Gamma_1: (\frac{1}{2}(G_{11} du^2 + G_{22} dv^2) + [3], H_{12} dv + [2], H_{12} du dv + [3], 0)$$

ヲ切ルコトヲ知ル。今 Γ_0, Γ_1 ヲ夫々 p_4 及ビ p_3 上ノ任意ノ一点ヨリ p 上ニ射影シテ点ヲ夫々 Γ'_0, Γ'_1 トスレバ

$$[A_0, A_1, T'_0, T'_1] = \frac{1}{4} \frac{(F_{11} du^2 + F_{22} dv^2)(G_{11} du^2 + G_{22} dv^2)}{H_{12} du dv} + \dots$$

トナル。依ッテ

2ツノ異ナル雙曲面 S_0, S_1 ヲ有スル線叢 K , 一直線 p が S_0, S_1 = 夫々 A_0, A_1 = 於テ切スルトスル。 K = 属シ p ヲ含ム線織面上 p = 無限ニ近イ一直線 p' が A_0 = 於ケル S_0 ノ切平面, A_1 = 於ケル S_1 ノ切平面ヲ切ル点ヲ夫々 T_0, T_1 トスル。

マタ S_0 上 A_0 = 於ケル漸近切線 = 関シテ p ノ調和共轭線ヲ p_4 , S_1 上 A_1 = 於ケル漸近切線 = 関シテ p ノ調和共轭線ヲ p_3 トシ, T_0, T_1 ヲ夫々 p_4, p_3 上ノ任意ノ点ヨリ p 上ニ射影シテ得タ点ヲ T'_0, T'_1 トスルハ非調和比 $[A_0, A_1, T'_0, T'_1]$ ハ不変量

$$\frac{\tilde{H}_{\alpha\tau} G_{\lambda\mu} du^\alpha du^\tau du^\lambda du^\mu}{H_{\alpha\tau} du^\alpha du^\tau}$$

ヲ主値トスル無限小デアアル。

コレヲ今、線叢 K ノ射影的線元素ト名付ケル。

11.^o 同様ニシテ p'_4 ハ例ヘバ

$$S_0: (F_2' dv + [2], F_1^2 F_{22} du dv + [3], 0, -\frac{1}{2}(F_{11} du^2 + F_{22} dv^2) + [3])$$

$$S_1: (1 + [1], F_{11} du + [2], \frac{1}{2}(F_{11} du^2 + F_{22} dv^2) + [3], 0)$$

ヲ結び付ケル直線デアリ, p'_3 ハ

$$W_0: (G_2' dv + [2], 1 + [1], 0, -\frac{1}{2}(G_{11} du^2 + G_{22} dv^2) + [3])$$

$$W_1: (G_1^2 G_{22} du dv + [3], G_{11} du + [2], \frac{1}{2}(G_{11} du^2 + G_{22} dv^2) + [3], 0)$$

ヲ結びツケル直線デアル。依ツテ前定理ノ符号ヲ襲用スレバ
次ノ如キ性質ガアル。

直線 p' が S_0 上ニ切スル点ヲ A_0' トシ S_0 上 $A_0' =$ 於
テ S_0 ノ漸近切線ニ関シテ p' ノ調和共轭線ヲ p_x' トスル。
今 P, P_3, P', P_x' ヲ以テ四直線 p, p_3, p', p_x' ガ $A_0' =$ 於ケ
ル S_0 ノ切平面及ビ $A_1 =$ 於ケル S_1 ノ切平面ノ交線ヲ切ル
4 点トスル。非調和比 $2[P, P_3, P', P_x']$ ハ峽ヘテレス線叢ノ
射影的線元素ヲ主値トスル無限小デアアル。

コノ性質ハ変曲面 S_0 ト S_1 トヲ交換シテモ全ク同様ニ
成立スル。

12° p' が S_0, S_1 上ニ切スル点ヲ A_0', A_1' トスレバ、若
干ノ考察ノ後、 S_0 ノ $A_0' =$ 於ケル切平面及ビ S_1 ノ $A_1' =$ 於
ケル切平面ガ p ヲ切ル2点ハ夫々

$$P: (du + [2], \frac{1}{2}(F_{11}du^2 - F_{22}dv^2) + [3], 0, 0)$$

$$Q: (\frac{1}{2}(G_{11}du^2 - G_{22}dv^2) + [3], -H_{12}dudv + [3], 0, 0)$$

デアリテレルコトヲ知ル。故ニ

$$[A_0, A_1, P, Q] = -\frac{1}{4} \frac{(F_{11}du^2 - F_{22}dv^2)(G_{11}du^2 - G_{22}dv^2)}{H_{12}dudv} + [3]$$

依ツテ前ト同様ニ前定理ノ記号ヲ襲用スレバ

直線 p' が S_0, S_1 上ニ切スル点 $A_0', A_1' =$ 於ケル S_0, S_1 ノ切
平面ガ直線 p ヲ切ル2点ヲ夫々 P, Q トスレバ、非調和比

$$[A_0, A_1, P, Q] + \frac{1}{2}[A_0, A_1, T_0', T_1']$$

ハ不変量

$$\frac{1}{4} \wedge H_{01} du^2 dv^2$$

ヲ主値トスル無限小デアル。